

ARTÍCULO DE OPINIÓN

EN EL CENTENARIO DE LA MECÁNICA CUÁNTICA* The Centennial Celebration of Quantum Mechanics

Manuel García Velarde**

Académico de Número de la Sección de Ciencias Experimentales de la Real Academia de Doctores de España
mgvelarde7@gmail.com

RESUMEN

Se ofrece una personal, sucinta revisión -dirigida a legos- de los descubrimientos que permitieron la creación de la Mecánica Cuántica. Se hace inventario de experimentos, conceptos y teorías debidas a científicos que contribuyeron a tal revolucionaria visión de la Naturaleza según la Física, limitándonos a las tres primeras décadas del siglo XX.

PALABRAS CLAVE: Microfísica, Corpúsculos, Ondas, Radiación Cuerpo Negro, Cuanto de Acción, Fotones, Difracción, Ecuación de Schrödinger, Relaciones De Heisenberg, Efecto Fotoeléctrico.

ABSTRACT

Provided here is a personal, succinct overview -targeting the educated lay audience- of the findings that led to the establishment of Quantum Mechanics. Recalled are experiments, concepts and theories that were offered by the scientists who contributed to such a novel, revolutionary vision of Nature according to Physics. Specific attention is paid to what was done during the first three decades of XXth century.

KEYWORDS: Microphysics, Particles, Waves, Black Body Radiation, Quantum of Action, Photons, Diffraction, Schrödinger Equation, Heisenberg Relations, Photoelectric Effect.

* Sesión académica de la RADE celebrada el 26-11-2025 con el título *Centenario de la Mecánica Cuántica*.
<https://www.rade.es/pagina.php?item=1976>

** Instituto Pluridisciplinar, Universidad Complutense de Madrid y STEAM Escuela de Ingeniería, Matemática y Computación, Universidad Europea de Madrid.

1. INTRODUCCIÓN, PROPÓSITO, LIMITACIONES Y OFERTA COORDINADA DE LOS TRES PONENTES

Permítaseme indicar que pretendemos ofrecer una versión asequible para un oyente/ahora lector no científico, en tres partes complementarias, coordinadas, de la descripción científica cuántica, la física o mecánica cuántica, de cuya aparición, en su esencial casi completa, se celebra en 2025 su centenario con desarrollo espectacular, cada día mayor con aplicaciones acompañadas de florituras relevantes en cuestiones conceptuales dignas de premio Nobel en los tiempos que corren.***

La materia a exponer es rica y compleja, tanto en su aspecto conceptual y matemático como “filosófico”. Esto último lo dejamos de lado para otros expositores. En lo conceptual y matemático lo haremos secuencialmente desde 1900 (preliminar) hasta 1928 (o más bien 1930), desde 1930 (hasta el presente, con antecedentes) y sobre lo contemporáneo, lo más reciente hasta 2025, yendo de temperaturas moderadamente bajas hasta las muy frías, próximas al cero absoluto (ca -273 °C).

Lo publicado sobre esta historia es mucho; baste con dar la referencia a cinco volúmenes (libros de historia “viva”) publicados por la editorial Springer-Verlag, coautorados por Jagdish Mehra y Helmut Rechenberg, “The Historical Development of Quantum Theory”, abarcando 1900-1930 (372, 878, 355, 334 y 322 páginas, respectivamente). A esos libros añadamos uno científico -cuasi filosófico espontáneo- de John von Neumann, “Fundamentos Matemáticos de la Mecánica Cuántica” (traducción española de Ramón Ortiz, CSIC, 1949), otro de Lev D. Landau y Evgeni M. Lifshitz “Mécanique Quantique. Théorie Non-Relativiste” (versión en francés, Mir Moscú, 1966), dos libros de texto, “Mecánica Cuántica”, uno de Alberto Galindo y Pedro Pascual (Alhambra) y otro de Guillermo Velarde (McGraw-Hill, España), y uno de divulgación de Alberto Casas, “La Revolución Cuántica” (Sine Qua Non, 2025). Imagine el lector cuán drástico hubo/ahora tiene que ser la elección nuestra para acomodar, aunque solo sean aspectos esenciales de tal material en lo que fueron dos horas de presentación oral.

2. ¿DE QUÉ TRATA LA CUÁNTICA? EL INICIO: CONCEPTOS

Empecemos con un experimento “casero” (de esos que a veces no salen bien). Échese (véase figura 1) una gota de aceite de oliva virgen extra [de unas 5 décimas de milímetro de diámetro, cuyo volumen es $(4/3) \pi (1/4)^3 \text{mm}^3$] sobre la superficie de agua en una bandeja donde además añadimos (para permitir visualización) polvos de lycopodio (helecho en gránulos machacados). La gota se desparramará sobre el agua (no es mezclable/recuérdese como

*** Los trabajos citados se incluirán en Anales RADE V11N2 2026

antaño se obtenía el aceite en las almazaras dejando el alpechín). Extendiéndose la gota en forma circular digamos que alcanza una circunferencia de diámetro 20 cm que detectamos gracias a las motas del polvo. La superficie de su círculo es $(100)^2\pi$ mm². Siendo L es el espesor de la película de aceite, $10^4\pi L=(4/3)\pi(1/4)^3$ de modo que $L=(4/3.43^3.10^4)=2.10^{-6}$ mm= 2.10^{-7} cm. ¿Qué cabe concluir? Ese valor estima la talla de una molécula de aceite, $L=10^{-7}$ cm, y hoy sabemos, la de un átomo está en 10^{-8} cm= 10^{-10} m (Angstrom) [$1\text{Angstrom}=10^{-10}$ m= 0.1nanómetros , $1\text{nm}=10^{-9}$ m= 10^{-7} cm= $1/10000000$, $1\text{nm}=10\text{A}$].

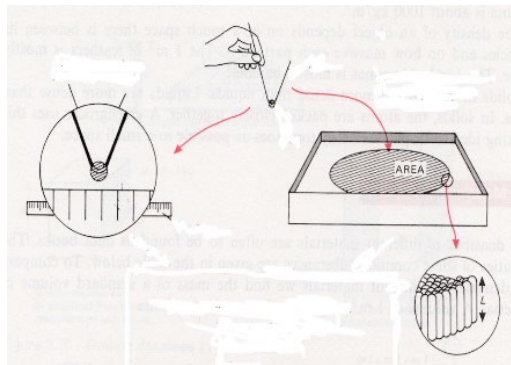


Figura 1. Esparcimiento espontáneo de una gota sobre una superficie plana lisa.

Este tipo de experimento, pero en aparente plan espectacular y a mayor escala, se atribuye realizado por Benjamín Franklin en un estanque en Londres (echando una cucharadita de aceite en un “large pond on the common at Clapham...” en 1773) de donde cabía obtener 25Angstrom - 2.5nanómetros para el espesor/tamaño de las moléculas del aceite-siendo el, hoy conocido y ya mencionado, tamaño de un átomo aproximadamente a nivel del Angstrom). Pero eso es parte de una fundamentada “leyenda”. Mencionemos un libro de Jean Perrin, “Les Atomes” (premio Nobel en 1926; Idées, NRF, P. U. F. 1948, Gallimard 1970).

A la vista de lo anterior conviene indicar órdenes de magnitud, valores, que nos llevan a la cuántica. Las longitudes no se medirán con el metro sino con el fermi= 10^{-15} m (femtometro)= 0.000000000000001 (catorce ceros delante del 1). Carga eléctrica: la del protón vale 1.6×10^{-19} Coulombios. Como unidad de energía el electrón-voltio (eV): $1\text{Vxe}=(1.6\times 10^{-19}\times 1)$ Julios (KeV-mil, MeV-millón, GeV-milliardo/mil millones=billón en EE.UU.). La unidad de masa (u. a. m.=unidad atómica de masa) no es el kilogramo sino el grupo $\text{eV}/c^2=1.77\times 10^{-33}\text{g}=1.77\times 10^{-27}\text{Kgramos}$ que deriva de la energía siendo c la velocidad de la luz ($c=3\times 10^8\text{m/s}$ =trescientos mil km por segundo). Las masas del protón y del neutrón valen casi 1 u. a. m. que es $1.6\times 10^{-27}\text{kg}=938\text{MeV}$ (a veces se usa la del electrón, cuya valor - en reposo- es $m=9\times 10^{-31}\text{Kgramos}$ equivalente a 0.5MeV). Afinando, resulta que a veces se usan otras unidades, pasando de energía (Julios) a temperatura (grados absolutos/Kelvin; el cero absoluto es -273 grados centígrados) ya que actualmente se hacen experimentos a temperatura del frío en mili-Kelvin (casi cero absoluto) y en los móviles, en nuestras manos, más que con segundos operan con nano-segundos (giga-Hertzios en frecuencia). Así

$h=10$ mili-Kelvin (temperatura) $\times 1$ nano-segundo (tiempo) [Julio=Newton.m= kg.m²/s², energía-temperatura $E=kT$, siendo $k\approx 1.4\times 10^{-23}$ Julios $\approx 8.6.10^{-5}$ eV/K (constante de Ludwig Boltzmann)].

A la vista de lo dicho, y de lo que estableceremos más adelante, consideramos como mundo “macroscópico” nuestro nivel de acción humana hacia arriba. En tal caso el valor de una constante introducida por Max Planck, $h=6.6\times 10^{-34}$ Julio.segundo (Js; dividiendo por 2π es 1.05×10^{-34} , aproximadamente 0.000...7 con treinta y tres ceros en decimal delante del 7) es excesivamente pequeño relativo a nuestra talla/escala (Julio y segundo se estudian en el Bachillerato). Y así se considera mundo “microscópico” a la región en la que ese valor de h sea relevante (h denota el quantum de acción; “acción” viene de la Mecánica Clásica designando el producto de una masa, de una velocidad y de una distancia: ML^2/t - sería la perturbación que introduciría cualquier acto de medida). En la primera parte de las tres anunciadas trataremos de lo más pequeño/microscópico, pero no de lo más frío casi en el cero Kelvin, objeto de las otras dos contribuciones complementarias de la presente.

Otro concepto que precisamos usar es el de “cuerpo negro”: jocosamente, puede concebirse como una cavidad hueca con paredes ennegrecidas donde la radiación incidente/luz no tiene posibilidad de escapar. De otro modo, un cuerpo negro se caracteriza por no reflejar radiación, aunque puede emitir su propia radiación calorífica (según su temperatura). Técnicamente su “coeficiente de absorción” es unidad a todas las frecuencias/colores. Simplonamente hablando, la radiación de un cuerpo negro es el resplandor de un material perfectamente oscuro. Algo más técnico, como “mentira piadosa”, se supone que un cuerpo negro es un conjunto de “osciladores” eléctricos que al moverse son emisores de radiación/luz y que están en equilibrio térmico de modo que un termómetro marca lo mismo en la pared que en cualquier punto de su interior.

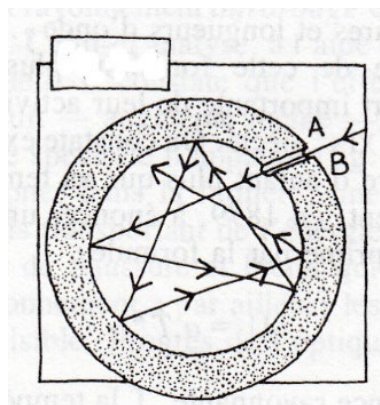


Figura 2. Esquema de cuerpo negro en el que tras entrar radiación/luz, ésta queda atrapada y no hay escape alguno.

3. ¿DE QUÉ TRATA LA CUÁNTICA? EL INICIO: DATOS EXPERIMENTALES. TEORÍA DE PLANCK

Hacia finales del siglo XIX se sabía que al calentar un material cambia de color, enrojeciéndose y más... yendo hacia el blanco con subida de temperatura según una ley debida a Josef Stefan y Ludwig Boltzmann, de modo que su luminosidad va como $\sim T^4$.

Por otro lado, se decía que, en teoría, la (densidad de) energía (por unidad de volumen) de la radiación E emitida por un cuerpo negro (por sus osciladores) debería ser la dada por una ley debida a Lord Rayleigh (John W. Strutt) y James Jeans según la cual $E(\nu)=(8\pi/c^3)v^2kT$ donde ν indica su “color”/frecuencia, T su temperatura absoluta (Kelvin) y k la constante de Boltzmann ($kT=R/N$, donde $R\approx 8\text{Julio/mol.K}$ es la constante universal de los gases y N el ya citado número de Avogadro). Sin embargo, se sabía que, experimentalmente, la realidad era la descrita por las curvas de la figura 3 (frecuencia ν o longitud de onda λ en $\mu\text{m}=10^{-6}\text{m}$). Con la ley de Rayleigh-Jeans, cuando ν es creciente (su inversa la longitud de onda se hace progresivamente más corta, vamos del rojo al violeta) el valor de $E(\nu)$ tiende a crecer indefinidamente o séase que la energía total radiada/emitada por el cuerpo negro va hacia infinita –en teoría. En cambio, para frecuencias bajas, hacia el rojo, la fórmula clásica funciona aceptablemente. Es un sinsentido ir al infinito además de no adecuarse a los resultados experimentales en una mayor parte de su predicción por lo que, en particular, se dice que hay “catástrofe” en el ultravioleta. La suma/integral de E sobre todas las frecuencias diverge. También se sabía que, según Wilhelm Wien, $E\sim\nu^3e^{-b\nu/T}$, b es una constante, y que la longitud de onda del máximo de la luz disminuye/su frecuencia crece cuando sube la temperatura: $\lambda_{\text{max}}(T_1)<\lambda_{\text{max}}(T_2)$ si $T_1>T_2$, etc. ($\lambda_{\text{max}}T=\text{constante}$).

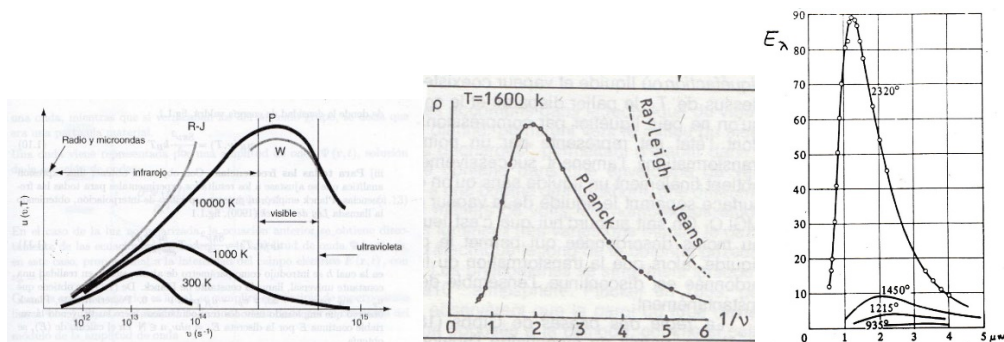


Figura 3. Energía radiante del cuerpo negro. Panel izquierdo: según temperatura, frente a frecuencia ν ; panel central: frente a la inversa de la frecuencia; panel derecho: frente a la longitud de onda. W denota la ley de Wien en torno al máximo; RJ la ley de Rayleigh-Jeans.

Planck (hacia 1900) para salvar la dificultad establece que un sistema radiante electromagnético/luz solo puede intercambiar energía a “borbotones”, o séase en proporciones, que denomina “cuantos”, cuyo valor sea $E=h\nu$ donde h es la constante ya mencionada y solo tiene valores “discretos”, no continuos. Era una suposición/hipótesis audaz introducida a regañadientes -en un ejercicio de Mecánica Clásica, Electrodinámica

Clásica, Termodinámica y Mecánica Estadística Clásica- del que pudo conseguir sacar la curva ajustando los datos o sea los puntos de las curvas experimentales para cada temperatura (particularmente panel derecho de figura 3) y de paso estimar el valor del número de Avogadro, en acuerdo con el valor ya aceptado desde hacía tiempo (obtenido por Perrin; $N \approx 6.10^{23}$ por mol; mol es una medida de cantidad que designa $\approx 6.10^{23}$ “unidades” cualesquiera, pero que recorriendo la “Tabla periódica” indica de cada elemento su masa atómica en gramos) (véase Apéndice A).

Como llegó a decir de ese resultado fue: “tras unas semanas de intenso trabajo del período más extenuante de mi vida, la obscuridad dio inesperadamente paso a la luz”. “Gran satisfacción obtuve por el hecho que Boltzmann, en una carta agradeciendo la recepción de mi artículo/publicación, me hizo entender que le pareció interesante y que estaba de acuerdo con mis ideas”. La ley de Planck es $E(\nu) = (8\pi/c^3)h\nu^3 [1/e^{(h\nu/kT)} - 1]$ que en el límite de bajas frecuencias, hacia el rojo-infrarrojo [$(h\nu/kT) \ll 1$; $e^{(h\nu/kT)} \sim 1 + h\nu/kT$] recupera la ley antes citada de Rayleigh-Jeans. Si se suma/integra sobre todas las frecuencias de $\nu=0$ a infinito se obtiene la ley de Stefan-Boltzmann $\sim T^4$. Y si se deriva con respecto a $\lambda \sim 1/\nu$ buscando la λ correspondiente al máximo de cada curva/cada T se deduce la ley de Wien, antes mencionada, $\lambda_{\max}(T_1) < \lambda_{\max}(T_2)$ si $T_1 > T_2$, etc. ($\lambda_{\max}T = \text{constante}$). Por esa propuesta recibió el premio Nobel en 1918, siendo 1900 (exactamente el 14 de Diciembre, Sommerfeld *dixit* en 1919) la fecha de nacimiento de la descripción cuántica de la Naturaleza en Física.

4. ¿DE QUÉ TRATA LA CUÁNTICA QUE INICIA PLANCK? PREDICCIONES Y VERIFICACIONES EXPERIMENTALES

Veamos un par de casos. Una primera aplicación del concepto de “cuanto” sirvió para que Albert Einstein explicara adecuadamente el efecto *fotoeléctrico* que experimentalmente se conocía desde 1887, gracias a Heinrich Hertz y Wilhelm Hallwachs, a quienes siguió Philip E. A. von Lenard en 1902 (premio Nobel en 1905) y John Joseph Thomson (premio Nobel en 1906). Finalmente, los experimentos de Robert A. Millikan (1905-1915, premio Nobel en 1923) sirvieron de confirmación definitiva y es lo que dio el premio Nobel a Einstein en 1921. Como indica la figura, se envía luz (de frecuencia ν /longitud λ que siguiendo a Planck lleva como energía $h\nu$) que obliga a salir electrones de la pantalla, estableciéndose una corriente eléctrica, siendo su energía de salida $E = h\nu - W_0$ ($h\nu$ o hc/λ) donde W_0 corresponde al trabajo umbral de extracción; cuanto mayor es la frecuencia mayor es la energía del “cuanto” correspondiente (fenómeno corrientemente usado para abrir y cerrar puertas).

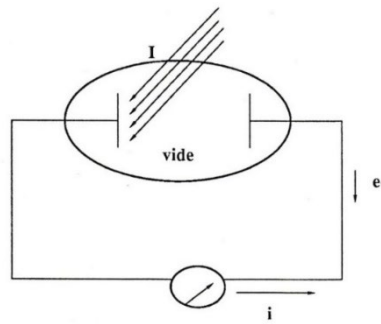


Figura 4. Esquema del aparato para observar el efecto fotoeléctrico.

Otro caso es la base predictiva del proceso de un láser proporcionada también por Einstein.

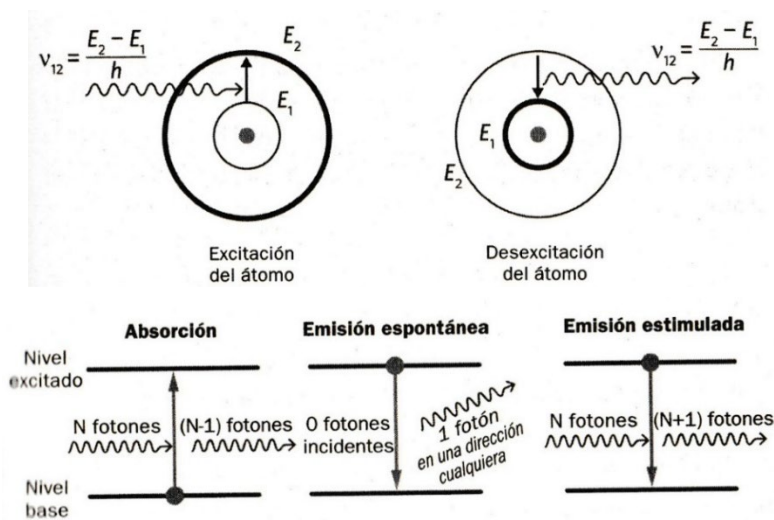


Figura 5. Base según Einstein de lo que décadas más tarde fue el rayo láser. Panel superior: proceso de excitación por absorción de adecuada radiación/luz y proceso de subsecuente desexcitación/relajamiento al reemitir radiación/luz; panel inferior: absorción y subsecuente emisión de luz por un átomo, espontánea y estimulada, respectivamente, tras haber recibido adecuada luz.

Tenemos así que la luz (rayos u ondas ¿en qué quedamos?) “prácticamente” se usa como “compuesta” de “partículas” indivisibles tal que si la “radiación/luz” tiene la frecuencia ν entonces su energía es $E=h\nu$, donde h es la constante de Planck ya mencionada (E tiene por tanto niveles dependiendo de los valores discretos/no continuos de su frecuencia ν).

Entre tanto, en 1911 Ernest Rutherford, mimetizando la Mecánica Clásica, propone un modelo atómico de tipo “planetario” donde hay un núcleo cargado positivamente y los electrones alrededor moviéndose en órbitas cerradas (ya era premio Nobel de Química desde 1908). Tras él, desde 1913 Niels Bohr ofrece un modelo para el átomo de hidrógeno (el elemento más sencillo) en el que la emisión y la absorción de radiación por el átomo son procesos discontinuos como transiciones cuánticas de electrones entre las órbitas/niveles, $E_1-E_2=h\nu$ (quien recibe el premio Nobel en 1922). En 1915 Arnold Sommerfeld generaliza la teoría de Bohr a sistemas más complejos. Una primera Conferencia Solvay sobre la teoría

de la radiación/luz tuvo lugar en 1908. [La inmensa labor de Bohr, tanto científica como de otra índole, está recogida contextualizada muy detalladamente en Niels Bohr, "Physique atomique et connaissance humaine", Folio/Essais, Gallimard, 1991].

5. Y SI LA LUZ SE DESCRIBE TANTO COMO RAYOS, ONDAS, Y CUANTOS ¿NO CABRÁ DECIR LO MISMO DE LOS ELECTRONES, ETC. O SEA DE LA MATERIA? MIMETIZANDO AÚN A LA FÍSICA CLÁSICA (MECÁNICA Y ÓPTICA) ES LA AUDAZ PROPUESTA DE LUIS DE BROGLIE

La materia se comporta como la luz (de Broglie *dixit*). A cada partícula material asociamos una onda, de tal manera que la frecuencia ν y su longitud de onda λ estén fijadas por la energía E y el momento (cantidad de movimiento/velocidad por su masa m , velocidad siempre inferior a la de la luz, $v < c$) $p = mv$ de la partícula siguiendo relaciones idénticas a las que se usan para la luz, sus fotones/partículas no materiales/las ondas luminosas (pero los fotones tienen masa nula $m = 0$ en reposo y velocidad c). Así, por ejemplo, para un electrón $E = h\nu$ y $mv = p = h/\lambda$. Eso es lo que, en 1924, propone de Broglie (figura 6), que se verifica en 1927 cuando Clinton Joseph Davisson y Lester Halbert Germer anuncian resultados experimentales sobre la difracción de electrones (originalmente un proceso óptico). Por lo que de Broglie recibió el premio Nobel en 1929 (véase Apéndice B).

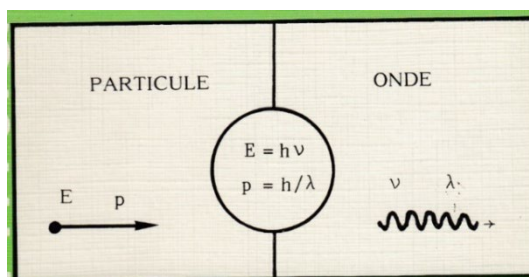


Figura 6. Esquema de la propuesta de L. de Broglie.

¿Qué significa la propuesta de Broglie? ¿Qué relevancia tiene? ¿Para qué puede servirnos? Tomemos el electrón. Vaya, moviéndose en un tubo catódico a tensión de 150V, un electrón, cuya masa (en reposo) hemos dado, con la energía $E = (1/2)mv^2 = p^2/2m = 150\text{eV}$, entonces $\lambda = h/p = 10^{-10}\text{m}$ (1 Angstrom). Y ¿una bola de masa $m = 10$ gramos? Supuesta rodando sobre una mesa con velocidad $v = 1\text{m/s}$ (un metro por segundo) entonces $p = mv = 0.01$ (10^{-2}) $\text{kg}\cdot\text{m/s}$ y tiene $\lambda = 6.6 \times 10^{-34} \text{ Js} / 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m/s} = 6.6 \times 10^{-32}\text{m}$. Y ¿un avión que pesa 2 toneladas? Si vuela a 2000 km por hora su $\lambda = 5.95 \times 10^{-40}\text{m}$. Por tanto, en el caso del electrón su $\lambda \sim 1\text{Angstrom}$ (10^{-10}m) corresponde al tamaño de los átomos y de los intersticios/rendijas entre átomos en la red cristalina de un sólido por lo que podremos observar su aspecto ondulatorio lanzándolo sobre las "rendijas" de una red cristalina. No es el caso ni de la bola ni del avión. Porque para ambos, por su respectiva longitud de Broglie, parece difícil, si no imposible, observar su aspecto ondulatorio pues para obtenerlo deberíamos hacer pasar la bola por una rendija de

correspondiente tamaño λ lo que parece absurdo. Nótese que como esa longitud depende de la inversa de la masa su valor disminuye cuando la masa aumenta y como también depende de la inversa de la velocidad, pues para que de un objeto macroscópico (bola, avión) pueda hacerse una imagen ondulatoria a lo de Broglie sería preciso que su velocidad fuese suficientemente pequeña para compensar lo grande de la masa. (Véase Apéndice C).

6. Y SI LA MATERIA SE DESCRIBE COMO ONDA ¿CÓMO ES SU EVOLUCIÓN? LA APORTACIÓN DE ERWIN SCHRÖDINGER SIGUIENDO A DE BROGLIE

Conviene recordar que ajeno a de Broglie, en 1925, Davisson descubrió “accidentalmente” un fenómeno de interferencias de electrones enviados sobre un mono-cristal (retículo cristalino) de Níquel (Ni) y que fue habiendo oído hablar en 1926 de la idea de Broglie se repensó su experimento y en enero de 1927 lo anunció como verificación experimental de esa hipótesis (figura 8). Esto fue confirmado, independientemente, en experimentos de George Paget Thomson en mayo del mismo año haciendo pasar electrones (yendo más veloces que los usados por Davisson) a través de una delgada película (de cien nm de espesor) de sólido poli-cristalino (con Davisson, premio Nobel en 1937). Y luego por muchos más experimentadores que usaron protones, neutrones, átomos, moléculas, etc.

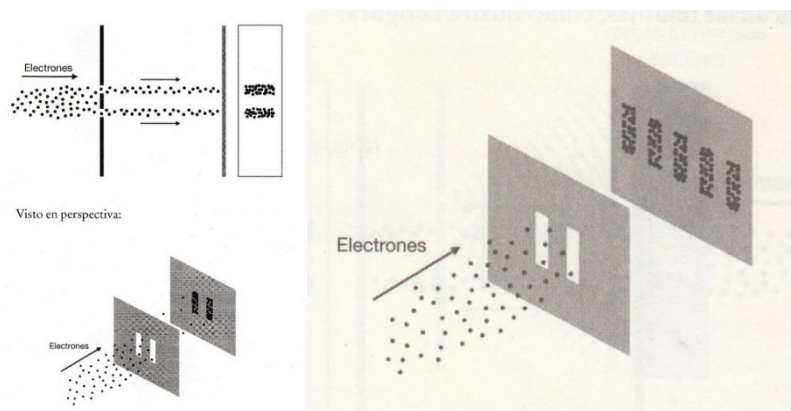


Figura 7. Difracción. Paneles izquierdos: lo esperado; panel derecho: lo observado en desacuerdo con lo esperado.

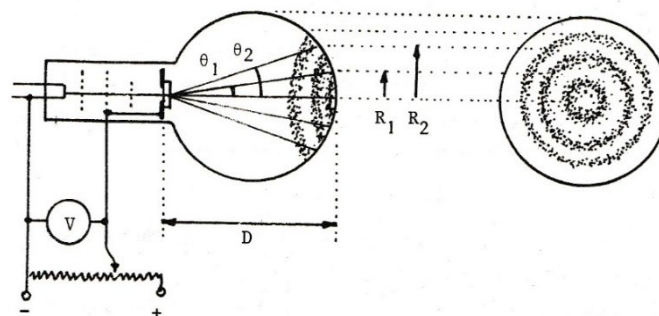


Figura 8. Emisión y difracción de electrones por una rendija. Panel izquierdo: esquema del aparato de Davisson y Germer para su observación; panel derecho: lo observado, a comparar con lo observado en las figuras 10-12 (más abajo) para la luz.

Visto lo cual, en 1926 aparece Erwin Schrödinger afirmando que cualquier “partícula” (o, por extensión, sistema cuántico) deberá poder ser descrito por un “onda” tal como la que dedujo para la evolución de un electrón, por lo que recibió el premio Nobel en 1933 (véase Apéndice D). ¿Qué clase de onda? Realidad, ente lequía o simplemente algo simbólico. La clave fue dada por Max Born (premio Nobel, con W. Bothe, en 1954) quien sugiere que la función de onda como tal símbolo no tiene significado físico sino sólo su cuadrado (módulo) es aceptable como (densidad de) probabilidad de localizar su ente original en un punto dado en un instante de tiempo dado.

7. PERO NOS HA QUEDADO UN ACTOR CLAVE DE ESE CENTENARIO: WERNER HEISENBERG

Recordemos dos contribuciones de Heisenberg, una en 1925 (causa del centenario que hemos celebrado) y otra en 1927. Esta última es lo que se denominó “principio de indeterminación” por el que hay parejas de magnitudes con incompatibilidad entre sus precisiones simultáneamente [Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik”, *Zeitschrift für Physik* vol. 43, 172-198 (1927)]. Propuso que por ejemplo x y p son “incompatibles” en el sentido que a mayor precisión en la posición (x) sólo se puede tener menor precisión en la velocidad (p o v) de acuerdo con la desigualdad $\Delta x \cdot \Delta p > h/a$, algo intrínseco al nivel microscópico. Colateralmente eso implica que no tenga sentido el concepto de trayectoria de una partícula a nivel microscópico y, por otro lado, si llevamos la masa de la “partícula” con la h se visualiza con $\Delta x \cdot \Delta v > h/m$ por lo que si el objeto es “macroscópico” los intervalos -no errores- indicados por las Δ podrían ser despreciables [debido al valor de masa la razón h/m es prácticamente cero]. Se pueden dar formulaciones con otras diferentes magnitudes para expresar el mismo mensaje. Formalmente, $\Delta E \cdot \Delta t \geq h$ es de interés en 2025 pero t no tiene calidad como una magnitud cuántica medible sino más bien es un parámetro del que cabe medir intervalos, de un suceso en dos instantes de tiempo (por ejemplo intervalo de tiempo de apertura de una rendija para el paso de luz o materia). Lo que nos dice la relación es que en un rectángulo de superficie aproximada h con eje vertical/ordenada energía o temperatura y eje horizontal/abscisa tiempo no se puede entrar. Así Heisenberg introdujo, en cualquiera de sus variantes, una incompatibilidad de simultánea precisión arbitraria entre dos magnitudes cuánticas relacionadas como algo intrínseco al mundo microscópico, un “territorio prohibido” [groseramente, a veces se usa \approx en vez de $>$ o \geq para obtener órdenes de magnitud suficientes para el argumento].

[Anécdota: Aunque ya hemos dicho que debido al valor de masa la razón h/m es prácticamente cero para un sistema/objeto macroscópico, insistamos ¿De qué hablamos? Una persona conduce un automóvil (masa total de unos mil kilos, 10^3kg) a 160km/h , por encima de lo prefijado por los paneles, y es detectado en un cierto punto, digamos el km 423

(cerca de Lorca, Murcia). Un guardia de tráfico le para y le dice que habrá multa por exceso de velocidad. El conductor alega que la relación de incertidumbre de Heisenberg entre x y v (o $p \approx 10^2 \text{Js/m}$) dice que no es posible conocer “al mismo tiempo” con exactitud (digamos precisión máxima al margen una de la otra-a detallar) la posición (km 423) y la velocidad del coche (160km/h). Cierto, pero las correspondientes Δx y Δv (o Δp) no pueden ser cero simultáneamente. Para simplificar, aproximadamente $160 \text{km/h} \approx 10^2 \text{m/s}$. Digamos, si la precisión en la velocidad fuese 10^{-11}m/s (en p como 10^{-8}Js/m) entonces para x sería $\Delta x \approx h/\Delta p \approx 10^{-26} \text{m} = 10^{-23} \text{mm}$, una precisión superior a la trillonésima (millón- 10^6 de millón- 10^6 de millón- 10^6) de milímetro para que el principio de Heisenberg nos ayudase pero esa cifra de precisión no posee sentido a nivel macroscópico. Vayan a contárselo al guardia y luego discúptanlo con la DGT y si quieren vayan a juicio (con ayuda de “De Vuelta-todas las multas son recurribles”). Imagino que acabarían tratándoles de insensatos, aunque tengan razón de “principio”, y tendrían que pagar la multa. ¿Cuánto vale su longitud de Broglie? $\lambda = h/mv$ (ejercicio para casa)].

Por otro lado, su creación de una teoría genuinamente cuántica [“Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen”, *Zeitschrift für Physik* vol. 33, 879-893 (1925); “Über Quantenmechanik”, *Die Naturwissenschaften* vol 14, 989-994 (2026); “Les Principes Physiques de la Théorie des Quanta”, Gauthier-Villars, 1957-traducción francesa de un texto/librito de 1930, en alemán, confeccionado a partir de sus conferencias impartidas en la universidad de Chicago en 1929, con prefacio de L. de Broglie (los traductores “ont bien réussi une traduction qui n’était pas des plus aisée, car la pensée de M. Heisenberg, toujours fine et profonde, est souvent subtile...une oeuvre remarquable d’un jeune physicien dont le nom est un des plus grands de la science d’aujourd’hui”)] abandonando el mimetismo clásico (posiciones, órbitas, períodos de revolución, etc.) para explicar los datos experimentales (espectros de emisión, por ejemplo). Heisenberg (premio Nobel en 1932) propuso una formulación matemática (dicha matricial) algo enrevesada para una presentación como la que aquí estamos haciendo. Sin quitar mérito a Heisenberg, me limitaré a señalar que fue precedida por trabajos básicos de Born, Pascual Jordan y Heisenberg e incluso de Paul Adrien Maurice Dirac. Como curiosidad, tal formulación (un formalismo con las variables cinemáticas y dinámicas reemplazadas por símbolos/operadores sometidos a un algebra no conmutativa - qp no es igual a pq sino que $qp-pq=ih/2\pi$ con el quantum de acción presente- (de aquí se deducen las relaciones de indeterminación/incompatibilidad antes citadas) haciendo corresponder a magnitudes clásicas matrices cuyos elementos correspondían a transiciones entre diferentes estados/resultados de medidas) recibió crítica -digamos demasiado pronta y superficial- por parte de algunos colegas porque “some thought that the scheme represented just another of the games which the theoretical followers of Bohr played with the atomic data” e incluso se llegó a decir que la “matrix mechanics was too ugly, too complicated and too arbitrary to be a proper representation of atomic reality” mientras

que “the different theoretical scheme, wave mechanics, which was coming up, seemed to offer a better approach for the description of atomic phenomena”. Estábamos lejos de lo que más tarde ha sido –y sigue siendo- el “folclore” y “exotismo” de diversos conceptos y teorías de interacciones fundamentales y partículas elementales. Todos se arregló cuando pronto también, Schrödinger demostró (1926) que la formulación matricial de Heisenberg y su teoría ondulatoria proporcionaban resultados equivalentes. Como nota complementaria parece de honor reconocer que, en 1926, aparte Schrödinger, tanto Pauli como un colega americano, Carl Henry Eckart, también lo demostraron; la redundancia no impide dar cuenta de la validez de estos trabajos.

[Anécdota: Por desavenencias entre Sommerfeld y Wien, y malentendidos entre Heisenberg y Wien a propósito de prácticas/experimentos a realizar por el doctorando, precediendo a la defensa doctoral frente al tribunal hubo disputa en dar máxima calificación para quien era un genio, según Sommerfeld]

Aprovechemos para recordar que Pauli introdujo un concepto de “exclusión” que aplicado, por ejemplo, a dos electrones impone que no pueden estar juntos si no tienen alguna magnitud que los discrimine (premio Nobel, 1945), tal como el spin, magnitud exótica que había sido introducido por George E. Uhlenbeck y Samuel Goudsmit en 1925 (antes de la Cuántica Ondulatoria).

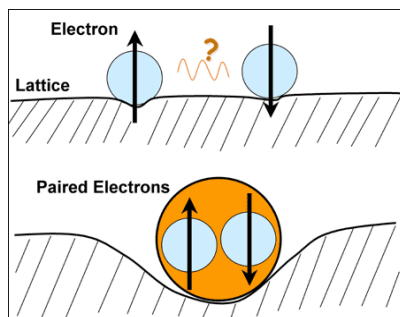


Figura 9. Principio de exclusión de Pauli referido a dos electrones con espines que han de ser diferentes.

Tras Schrödinger y Heisenberg, aparece Dirac estableciendo en 1928 el formalismo matemático mejor adaptado a lo entonces conocido con una teoría del electrón que combina la de Schrödinger con la relatividad de Einstein (electrodinámica cuántica) y prediciendo la existencia de otra “partícula” igual al electrón, pero con carga positiva/positrón/antimateria. Carl Anderson la encuentra en 1932 (y recibe el premio Nobel en 1936). (Dirac recibe el premio Nobel en 1933, con Schrödinger). Dirac también ofreció una lección de “estética” (véase Apéndice E)

Se publican en 1928 las Actas de un congreso Solvay sobre electrones y fotones (materia y luz). Hubo y sigue habiendo más más congresos Solvay y más premios Nobel atribuidos a la cuántica tanto en Física como en Química incluyendo el de 2025.

8. APENDICES

A. Un problema de Termodinámica y Mecánica Estadística de la Electrodinámica Clásica con elementos de Mecánica Clásica (Planck)

El problema es una mezcla de ficción (jocosamente mentira "piadosa", realidad de "ensueño" frente a realidad "verdadera") y realismo con tratamiento de sencillo a complejo y que, por tanto, no vamos a desgranar en detalle sino simplemente esbozando algo del argumento, señalando que durante varios años la propuesta ley de Planck conllevó discusión entre varios miembros de la comunidad científica incluyendo a Einstein, Wien y otros (básicamente de chapuza en chapuza, rigurosamente hablando).

Planck se planteó un problema involucrando Termodinámica y Mecánica Estadística Electrodinámica Clásica con elementos de Mecánica Clásica. Supuso (aquí empieza un proceso chapucero, sin rigor, pero razonable y, en la práctica, fructífero) que en la cavidad (cuerpo negro) hay un conjunto de "unidades" cuyo comportamiento es el de idénticos "osciladores" *armónicos* clásicos (eso podría ser la "imagen" de átomos de sodio calentados dando luz amarilla). Para tal color suponemos que la luz que llena toda la cavidad está en equilibrio *termodinámico* con esos osciladores dándoles en breves intervalos tanta energía como puedan recibir. Si E es la energía media de los osciladores, Planck usando las leyes del electromagnetismo obtuvo la densidad de luz para la longitud de onda λ que encontró proporcional a E . Ahora bien, como los osciladores están en equilibrio termodinámico con la radiación/luz, asimismo deberían estar en equilibrio termodinámico con un gas que llenase la cavidad a la temperatura dada. O séase que la energía media de oscilación debe ser lo que sería si estuviese únicamente mantenida por los choques de las moléculas del gas. Si la variación energética fuese *continua*, el valor medio dicha energía cinética de oscilación valdría en media un cierto valor, independiente del período. En tal caso la densidad de energía de la radiación /luz sería infinitamente grande para las muy pequeñas longitudes de onda, lo que es falso. O digamos inaceptable. Planck asumió que la energía de cada oscilador varía de manera *no continua*, como a "borbotones" (o *discontinua* como con "granos"), suponiendo, además, que cada oscilador contiene siempre un número entero de granos de energía, de modo que la E de cada grano no depende de la naturaleza del oscilador sino sólo de su frecuencia de oscilación siéndole proporcional (por ejemplo, diez veces mayor si la frecuencia es diez veces mayor), y así es como introduce $E=h\nu$ donde h (a determinar) sería una constante "universal" (el cuanto de "acción, usando una palabra/concepto de Mecánica Clásica). El número de casos posible debiera ser el número de Avogadro, N , (a verificar si es así) para el que hay equilibrio termodinámico estadístico habida cuenta de los choques entre las moléculas del gas y los osciladores, y de ahí acabó saliendo su ley: $E=h\nu/[e^{(N h \nu / RT)} - 1]$. Si la velocidad de la luz es $c=\lambda\nu$ entonces $E=(ch/\lambda)[1/e^{(Nch/R\lambda T)} - 1]$ o bien $(8\pi/\lambda^4)E=(8\pi ch/\lambda^5)[1/e^{(Nch/R\lambda T)} - 1]$ adecuada para los datos experimentales de los que había partido. Así N y h indican, respectivamente, la

“discontinuidad” molecular y energética (de oscilación). Ajustando las curvas/datos experimentales para las diversas frecuencias/longitudes onda y temperaturas se pueden fijar tanto el valor de N como el de $h \approx 6 \times 10^{-27}$. Y ese $N \approx 6 \times 10^{23}$ por mol cuadraba, efectivamente, con el número de Avogadro ya conocido y antes mencionado. No todos los científicos estuvieron de acuerdo con la ley de Planck y su deducción, por lo que se originó una disputa “técnica”, digamos que transitoria, con colegas como Einstein e incluso Wien. Einstein en su primer ataque del problema tratado por Planck llegó a menospreciar la relevancia de la h de Planck. Recordemos que si en la ley de Planck se toma el límite ν yendo a cero, ν muy pequeña, por lo que la longitud de onda λ va hacia muy grande, entonces la ley de Planck se reduce a la mencionada de Rayleigh-Jeans que no depende de h , expresión que Einstein dedujo independientemente y con conceptualmente diferente argumentación a la de Planck. En el límite opuesto, ν yendo a infinito, λ se hace muy pequeña y así se va hacia longitudes onda λ decreciendo enormemente se obtiene la también antes mencionada ley de Wien. Einstein argumentaba que no se podía tratar la radiación térmica de manera unívoca, termodinámicamente hablando, pues pensaba que incluso cualitativamente la radiación de muy pequeña longitud de onda tenía diferencia significativa conceptual con la correspondiente a la de longitud de onda muy grande, al igual que la región de alta energía con respecto a la de baja energía, según su diferente tratamiento, con respecto a Planck, del conjunto de moléculas, electrones y osciladores en la cavidad cuerpo negro. Subsecuentemente cambió su visión del asunto encontrando satisfactoria explicación de la necesidad de la constante de Planck para proseguir con la descripción cuántica. Sommerfeld produjo una teoría satisfactoria recuperando resultados de Planck y otros. Dejamos la cuestión aquí por lo sutil y delicado de la argumentación de Einstein que nos parece difícil desarrollar en este texto divulgativo más que técnico.

B. Mimetismo Clásica→Cuántica (de Broglie tras Fermat, Maupertuis, Lagrange, Hamilton y Jacobi)

De la luz (Óptica clásica) se dice que son rayos, ondas (“colores”) y partículas (fotones). Dejando de lado la difracción (su paso cerca o por objetos de tamaño 10^{-8} cm) sabemos que conocido el índice de refracción, $n(x, t)$ [x , espacio; t , tiempo] podemos describir la evolución de una onda “luminosa”, con velocidad (de fase) u , mediante el principio de Pierre de Fermat, a saber, el trayecto recorrido por la luz al propagarse de un punto a otro (de 1 a 2) es tal que el tiempo empleado en recorrerlo es “mínimo” más precisamente $\delta \int_1^2 n ds = \delta \int_1^2 ds/u = 0$, δ indica variación en torno a esperada solución como “óptima”. De ese principio se obtiene la trayectoria de un “rayo” luminoso. Pierre Louis Maupertuis (quien parece ser introdujo el concepto antes citado de “acción”) extendió este concepto al considerar la luz como movimiento de una partícula. Consecuencia: si sobre cada rayo emitido por un foco recorreremos caminos ópticos iguales, entonces los puntos que los delimitan forman una superficie normal a todos los rayos, esa es la onda o más preciso su frente de onda.

Por otro lado (en Mecánica Clásica) para una partícula (tomamos el caso más sencillo) se sabe que su evolución espacio-temporal Newtoniana cabe hacerla siguiendo el principio de William R. Hamilton usando una función introducida por Joseph-Louis Lagrange, ($L=T-U$) de modo que $\delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = \delta \int_{t_1}^{t_2} (T-U) dt = 0$; T y U son, respectivamente, su energía cinética y potencial, siendo la energía total $E=T+U$; t_2 indica un instante posterior a t_1 .

Vemos así la analogía entre Óptica (de rayos y ondas) y Mecánica (trayectorias/órbitas). Si, para simplificar al máximo, prescindimos de U (una partícula “libre”) la expresión anterior se reduce a $\delta \int_{t_1}^{t_2} (1/2)mv^2 dt = \delta \int_{t_1}^{t_2} mv(ds/dt) dt = \delta \int_{t_1}^{t_2} mv ds = 0$ que se reduce a $\delta \int_{t_1}^{t_2} v ds = 0$ dejando de lado los factores constantes (incluyendo m).

Comparando $\delta \int_{t_1}^{t_2} v ds = 0$ con $\delta \int_{t_1}^{t_2} v ds = 0$, vemos el mimetismo/analogía de la descripción órbita/trayectoria mecánica de una partícula con la óptica de una onda/rayo de luz, de modo que a la partícula le podemos asociar una onda de “materia”; la velocidad (de fase) u la tomamos proporcional a $(1/v)$. Aparece así la simetría entre materia y radiación que de Broglie postula (y luego verificada).

Visto lo cual podemos poner $v = \sqrt{(2/m)[E-U]}$ o bien $u = C/\sqrt{(E-U)}$ de modo que si $E = h\nu$ entonces $u = C/\sqrt{(h\nu-U)}$ siendo ν una frecuencia y así u es función de un supuesto “color” (mentira piadosa) o sea que la velocidad (de fase) de esa onda depende de la frecuencia o séase es una onda con dispersión. Cuando hay varias ondas hablamos de velocidad de grupo que es lo único experimentalmente medible, u_g . Como de una partícula (clásica) podemos medir su velocidad, v , entonces podemos escribir $u_g = v$. Como $1/v = d(v/v)/dv$ y $1/u_g = d(v/u)/dv = 1/\sqrt{(2/m)(E-U)}$, $v/u = \int_{t_1}^{t_2} dv/\sqrt{(2/m)(h\nu-U)} = (1/h)\sqrt{[2m(h\nu-U)]}$ y si sustituimos C por $h\nu/\sqrt{2m}$ entonces obtenemos $u = h\nu/\sqrt{2m(h\nu-U)}$ con lo que la longitud de onda de la partícula (de materia) es $\lambda = u/v = h/\sqrt{2m(h\nu-U)} = h/\sqrt{2m(E-U)}$ y así una partícula libre (sin fuerza/potencial externo) es tal que $\lambda = h/\sqrt{2mE} = h/mv$ como de Broglie propuso. De ahí su enunciada “dualidad” partícula-onda para la materia.

C. Digresión sobre difracción

Dejando de lado libros de texto de Óptica, recordemos lo que es la difracción óptica tomando el caso de un experimento realizado en 1909 por Geoffrey I. Taylor, un “grande” de la Mecánica de Fluidos. Según él, lo hizo a sugerencia del ya citado su tutor J. J. Thomson quien: “suggested that I might set up a simple interference pattern and see whether it ceased to be well defined when the light intensity was reduced”. Se puso a la obra montando el experimento “in the old children’s playroom at my parents’ home”, un experimento típicamente “casero”.

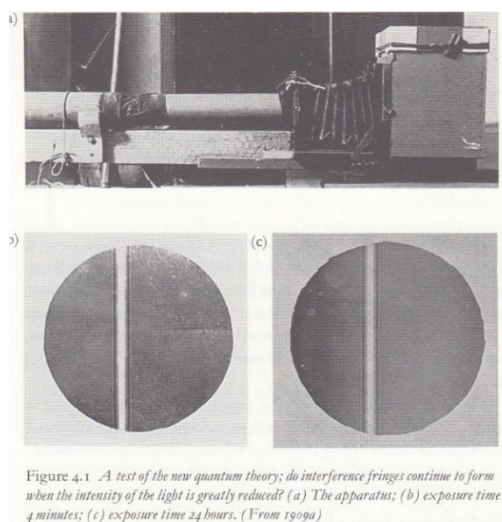


Figura 10. Difracción de luz en el experimento “casero” de G. I. Taylor. Panel superior: aparataje; panel inferior: lo observado.

Puso una placa fotográfica frente a una fuente de luz, con adecuado aparataje para un experimento de difracción (figura 10). La fuente de luz era débil, tan escasa que los fotones podían llegar de uno en uno a la placa. Y, como indican las figuras 10-12, el resultado fue un conjunto de franjas análogo al que se obtiene si brevemente se usa iluminación intensa. Los granos negros indican mono-cristales de bromuro de plata reducidos cuando son alcanzados por al menos un fotón de modo que cuando la iluminación es intensa hay numerosos granos afectados mientras que cuando la iluminación es débil/escasa hay pocos cristales reducidos tal como cabe esperar de los pocos fotones incidentes. Cada fotón se mueve aleatoriamente no pudiendo preverse el punto de impacto salvo en probabilidad. [G. I. Taylor, “Interference fringes with feeble light”, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 15, 114 (1909)].

Cabe una interpretación probabilista/estadística de lo observado. El cuadrado de la amplitud de la vibración luminosa, que define la intensidad de la onda, correspondiente en un punto es en todo instante proporcional a la densidad de fotones sobre un elemento de superficie que rodea a ese punto. La onda luminosa representa así, de manera probabilista, la evolución de los fotones con el tiempo. Insistamos, mirando la placa fotográfica al microscopio mostraba la estructura discontinua de las franjas: los “granos” negros eran mono-cristales de bromuro de plata afectados por la acción de la luz/fotones.

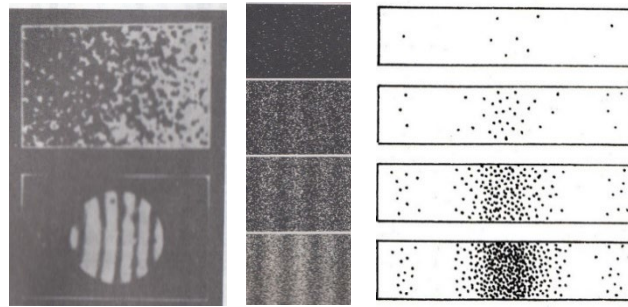


Figura 11. Difracción de luz. Panel izquierdo: lo observado, panel central: lo observado; panel derecho: descripción esquemática de lo observado

Para beneficio del lector recordamos las figuras típicas de difracción, de los libros de texto de Óptica Clásica (imagine el lector una esquina a la que por difracción se le da la vuelta).

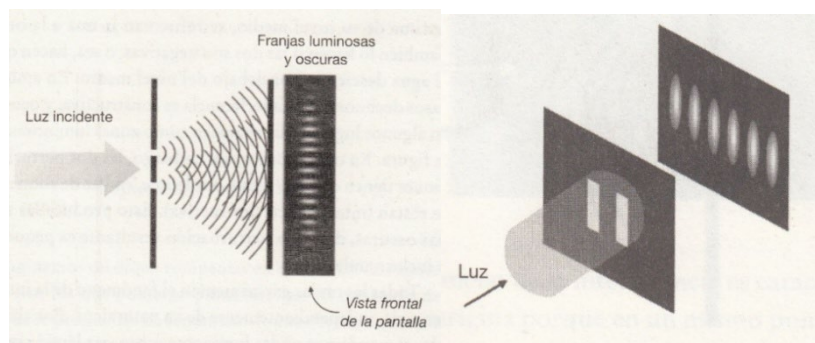


Figura 12. Difracción de luz por dos rendijas bastante cercanas entre sí. Panel izquierdo lo esperado; panel derecho: lo observado de acuerdo con lo esperado.

D. Mimetismo clásica→cuántica (Schrödinger tras de Broglie)

Veamos ahora dando un paso tras lo obtenido por de Broglie (dejando aparte el caso del movimiento clásico de un corpúsculo que se desplazase en un campo de fuerzas con energía total constante) cómo el mimetismo/analogía lleva a Schrödinger a la ecuación que lleva su nombre y que confirma su validez y la propuesta por de Broglie con resultados explicando los datos relativos al electrón en el átomo de hidrógeno. En la Óptica Clásica, incluyendo difracción, la evolución espacio-temporal de una onda, llamémosla ya $\Psi(x, y, z; t)$, viene dada por la ecuación (en espacio tridimensional: $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$), $\Delta\Psi = (1/u^2)\partial^2\Psi/\partial t^2$, de modo que si $u = h\gamma/\sqrt{2m(h\gamma - U)} = E/\sqrt{2m(E - U)}$ se llega a la descripción del electrón/materia (E , energía total; U , energía potencial). Haciendo eso no sabemos lo que sea físicamente el símbolo Ψ . Lo que podemos decir, formalmente, es que la solución básica sería una exponencial, o séase armónica, tal como $\Psi = \psi e^{2\pi i \gamma t} = \psi e^{2\pi i (E/h)t}$ que produce $\Delta\Psi = -(8\pi^2 m/h^2)(E - U)\Psi$ (para la luz/radiación). Y esta es, pongamos en dimensión “uno” con solo x , $\partial^2\Psi/\partial x^2 = -(8\pi^2 m/h^2)(E - U)\Psi$, la ecuación de Schrödinger (para el electrón/materia).

Pero recuérdese que venimos de la Óptica Clásica donde al pasar a Cuántica la partícula es el fotón. Así que en Mecánica Cuántica un electrón sigue una ecuación que, a su vez formalmente, sigue un fotón. El argumento se completó acudiendo a una extensión de lo desarrollado hasta ahora, con la descripción dicha de Hamilton-(Carl Gustav) Jacobi que debidamente mimetizada conduce a producir las reglas cuánticas introducidas por Bohr y Sommerfeld, que permitieron describir la tabla periódica comenzando con el comportamiento cuántico del hidrógeno, en acuerdo con los datos experimentales. Por su complejidad matemática y física, aquí dejamos la cuestión sin seguir a Bohr. Con respecto a lo que pueda significar Ψ (o ψ) recordemos lo propuesto por Born: no significa nada salvo su cuadrado que proporciona la probabilidad de encontrar el "objeto" cuántico, sea electrón/materia o fotón en un punto dado.

E. Mimetismo clásica→cuántica (Dirac tras Hamilton, Heisenberg y Schrödinger)

Siguiendo a Dirac continuamos con el electrón/materia, pero sin introducir la Relatividad. Se denomina corchete de Simeon D. Poisson entre dos funciones (*yendo de un punto a otro punto*) $F(x, p, t)$ y $G(x, p, t)$, $p=mv$, a la fórmula $[F, G]=\partial F/\partial x.\partial G/\partial p-\partial F/\partial p.\partial G/\partial x$ junto con la identidad $[F, G]=-[G, F]$. Pues bien, con ese corchete se deduce que de $dF/dt=\partial F/\partial t+[F, G]$ salen las ecuaciones de Isaac Newton y, por tanto, de la evolución espacio-temporal de la Mecánica Clásica de una partícula material tal como un electrón.

Sean ahora \mathcal{F} y \mathcal{G} operadores (*yendo de una función Ψ de Schrödinger a otra función de Schrödinger*) de modo que, por definición, $[\mathcal{F}, \mathcal{G}]=\mathcal{F}\mathcal{G}-\mathcal{G}\mathcal{F}$. Se ha aceptado llamar a este corchete conmutador cuántico. Dirac sugiere el mimetismo (parece de estética o simplemente analogía) que el corchete clásico (Poisson) $[F, G]$ se transforme, con ($\hbar=h/2\pi$), en $(i/\hbar)[\mathcal{F}, \mathcal{G}]$ (con el antecitado quantum de acción presente como al mencionar el álgebra no conmutativa o al efectuar una medida). Así, de $d\mathcal{F}/dt=\partial\mathcal{F}/\partial t+(i/\hbar)[\mathcal{F}, \mathcal{H}]$ se llega a la ecuación de Schrödinger $\mathcal{H}\psi=(i\hbar)\partial\psi/\partial t$ y, así mismo a las ecuaciones (matriciales) de Heisenberg (ya que en el adecuado espacio el operador \mathcal{F} se explicita como una matriz de transformación).